

1 単元 課題学習「白銀比・黄金比」

2 類型 一斉指導 課題別分割 一斉指導

3 本事例の基本的な考え方

(1) 単元の意義

私たちの身のまわりには、四角形の形状をしたものがたくさんあり、その中で注意して見ると相似な四角形がいくつかある。その中に、縦と横の比が  $1 : 1.414\dots$  ( $1 : \sqrt{2}$ ) の白銀長方形と  $1 : 1.618\dots$  ( $1 : (1 + \sqrt{5}) / 2$ ) の黄金長方形がある。白銀比は、日ごろ学校で配布する用紙の B4 や A4 を代表されるように出版物の多くがこの比になっており、半分に折り曲げると、もとの四角形と相似になる性質を持っている。この白銀比は、現在の出版物だけではなく、博物館や資料館等で展示してある和本や古文書などにも見ることができ、この話題を取り上げることは、日頃学習している数学が、身の回りで活用されていることを感じるきっかけになればと考える。黄金比は名刺やテレホンカードのように、白銀比より横が長く、縦の長さの正方形をつくって取り除くと、残った四角形も黄金比になるという性質を持っており、古代ギリシャの神殿や美術品に使われていることが知られている。この黄金比は、人間がつくり出したのではなく、自然界にも多く存在し、科学的な理屈だけでは証明できない神秘的なものである。また、身の回りにある白銀長方形や黄金長方形を探しだすことは、興味深い。この教材は、二次方程式を利用して白銀比や黄金比の値に触れることができ、大変意義深いものである。

(2) 本単元での少人数指導

本単元では、最初に一斉授業の形態で、いくつかの用紙から白銀長方形を探し出した後、白銀比を求める場面に、以下の2コースを設定する。生徒がコース選択をするときに、内容を伝え、ガイダンスを十分に行う。

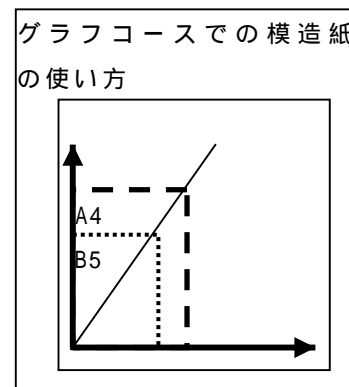
事前の準備として、白銀長方形の用紙 (B6, B5, B4, A6, A5, A4, A3) を生徒の数だけ用意し、配布する。

「電卓コース」(T1) ... 配布された数枚の用紙について、縦(短い方の長さ)と横(長い方の長さ)の長さを定規で測り、電卓を使って(横の長さ)÷(縦の長さ)を計算して、縦と横の比を求める。比の値については、小数第4位を四捨五入する。

「グラフコース」(T2) ... あらかじめ左端、下端に軸を書き込んだ模造紙の上に配布された数枚の用紙を左下に頂点をあわせるように置き、模造紙の上にそれぞれ配布された用紙の縦と横の長さを模造紙に点を取り、その点を通るグラフをひく。そのグラフの傾きから白銀比を求める。

ここで、電卓コースの方は、簡単に近似値を出すことができるので、二次方程式での計算が苦手な生徒でも、白銀比の値を電卓で算出させ、その値に興味を持たせることができる。グラフコースでは、グラフの傾きを利用すれば、値が求められることで、数学でも多様な考え方ができることを生徒に知らせる。しかしながら、電卓コースやグラフコースでは白銀比の値が、誤差を含んだ有理数でしか表すことができない。そこで、課題学習終了後、比の式を用いて、二次方程式を利用して、無理数を使って、正確な値を求めさせる。二次方程式を利用すれば、正確な値を求めることができることを知らせ、二次方程式のすばらしさを実感させたい。

また、この学習を通して、さまざまな形を調べたり比べたりするときに、長さを測り、その比の値を比べるだけでなく、白銀比のように、半分に折り曲げると元の形と同じになる特徴を見つけたり、このような形で印刷物を作れば、紙が無駄を抑えられるという昔の人の知恵を知ること、その比のもっている意味や背景を考え、ものを調べるときの見方を養いたい。



#### 4 単元の目標と評価規準

##### 目標

二次方程式について理解し、それを用いることができるようにする。

- ・ 平方根を利用して、白銀比の値を求めることができる。

評価の観点	単元の評価規準
数学への関心・意欲・態度	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 白銀比，黄金比を調べることを通して，それについて，興味・関心をもつことができる。</li> <li>・ 身の回りにある長方形の中から，白銀長方形や黄金長方形を意欲的に見つけようとする。</li> </ul>
数学的な見方や考え方	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 白銀比を見通しをもち，順序よく筋道をたてて考えることができる。</li> <li>・ いろいろな方法で考えることができる。</li> </ul>
数学的な表現・処理	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 白銀比の値を二次方程式やグラフを用いて，いろいろな方法で求めることができる。</li> </ul>
数量，図形などについての知識・理解	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 白銀比の意味を理解している。</li> </ul>

#### 5 授業設計・評価計画

指導にあたっては，課題学習「白銀比」でその値を求めるのに，数学的活動を取り入れるようにする。白銀比を求める場面を分割授業とし，「電卓コース」「グラフコース」の2コースに分ける。その際，白銀比の値を求めるのに，課題別コースを選択させたい。ここで，各コースは第3次に自分のコースの学習内容を発表することを伝え，その準備をさせる。また，各コースで使うワークシートには，わかったことを書き込めるようにして，生徒の考え方の変化を探れるようにする。

**白銀比**

$$1 : x = 0.5x : 1$$

$$0.5x^2 = 1$$

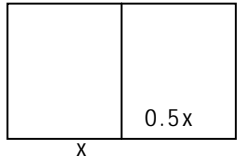
$$x = \sqrt{2} \quad (x > 0)$$


図 - 2

**黄金比**

$$2 : x = (x - 2) : 2$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

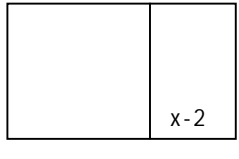
$$x = 1 + \sqrt{5} \quad (x > 0)$$


図 - 3

どちらのコースも作業する時間を十分に確保するが，最後に，各コースの学習内容や求められた白銀比の値を模造紙を使って全体発表させる。発表することで，二次方程式に対する理解を深めさせる。

電卓コースでは，電卓を使えば，数学の苦手な生徒でも近似値が算出できることを実感させることができる。また値が一致しないのは，実測には誤差があることを知らせる。またその値は，正確な値ではなく，概数であることを知らせ，正確な値を表すには二次方程式が必要であることを実感させる。

グラフコースでは，2つの数量関係はグラフで考えることができることを知らせ，電卓コースと同様に，正確な値を表していないこと実感させる。

そこで，各コースの発表後に，配布した用紙が折り曲げると，もとの形と縦と横の比が同じであることから，比の式を作らせ，二次方程式を使って，白銀比を  $x^2 = 2$  の式より  $x = \sqrt{2} \quad (x > 0)$  を求めさせ，身の回りの値を求めるのに二次方程式が有用であることを実感させる。(図 - 2)

黄金比は，既習の平方の形で解くことができることで紹介する。その場合，縦の長さを2とし， $x = 1 + \sqrt{5} \quad (x > 0)$  として求めることができることを伝える。(図 - 3)

6 単元全体の流れ（4時間）

時	学 習 活 動 ・ 内 容	評価 少人数指導にかかわる配慮事項 手だて
<p>1</p> <p>1/1 (本時)</p> <p>1</p> <p>1</p>	<pre> graph TD     A[四角形の形について調べよう] --&gt; B[四角形を分類しよう]     B --&gt; C[白銀比, 黄金比の話を知ろう]     C --&gt; D[コースを決めよう]     D --&gt; E[白銀比の値を求めよう]     E --&gt; F[電卓コース... 縦と横の長さを 定規で測り, 電卓 で計算しよう]     E --&gt; G[グラフコース... 直線のグラフから 傾きを求めよう]     F --&gt; H[黄金比の値の発表の準備をする]     G --&gt; H     H --&gt; I[自分のコースの発表をする]     I --&gt; J[比の式から二次方程式をたて, 平方根を使って比を求めよう]     J --&gt; K[黄金比の値を電卓で求めよう]     K --&gt; L[黄金比の紹介をきこう]     L --&gt; M[今回の学習をまとめよう]     </pre>	<p>関：身の回りの長方形から，いくつかの長方形に積極的に形により分類しようとする。</p> <p>分類した長方形の特徴を見つけようとする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・白銀長方形は，折り曲げて重ねると，もとの形と同じになる。</li> <li>・黄金長方形は端を折り曲げ正方形を作り，取り除くと残った形がもとの形と同じになる。</li> </ul> <p>関：分類した長方形の特徴をその長方形の紙を折ったり，長さを測ったりしようとする。</p> <p>白銀長方形について，注目させる。</p> <p>関：白銀長方形の特徴を見つけようとする。</p> <p>白銀長方形の縦と横の比の値を見つけさせる。</p> <p>1次でコース内容の説明を行い，コース分けをする。</p> <p>電卓コース（T1）では，平方根や二次方程式が不得意な生徒を対象に，用紙の縦と横の長さを定規で測り，電卓で「横÷縦」の値を求めさせる。</p> <p>グラフコース（T2）では，やや違った解き方を求めている生徒に対し，用紙の縦をx軸，横の長さをy軸として，模造紙上に用紙を置き，点をとっていき，その点が一直線上に並んでいることを，確認し，直線のグラフをかき，その傾きを求める。</p> <p>表：自分のコースにおける白銀比の求め方とその比の値を発表しようとする。</p> <p>3次では，白銀比の発表後，用紙の縦と横の関係を比の式に表し，二次方程式をたて，平方根を使って，その比を求める。</p> <p>表：二次方程式で白銀比の値を求めることができる。</p> <p>黄金比に関しては，二次方程式で解かせるのではなく，紹介にとどめる。</p> <p>白銀比や黄金比が様々なところに使われていることを聞く。</p> <p>&lt;白銀比&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・聖徳太子像の図，法隆寺五重塔，和本</li> </ul> <p>&lt;黄金比&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・モナリザの絵，ミロのビーナス，パルテノン神殿，ピラミッド</li> </ul>

7 少人数指導本時の流れ（第2時）

本時の目標			
白銀比の意味を知り，自分なりの方法で白銀比の値を求める。			
具体の評価規準			
<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 白銀長方形に対し興味・関心をもって，調べようとする。</li> <li>・ 自分なりの方法で，白銀比の値を求めようとする。</li> <li>・ 身の回りにある長方形の中から，白銀長方形を意欲的に見つけようとする。</li> </ul>			
電卓コースの学習活動	評価方法	グラフコースの学習活動	評価方法
1 前時の復習と本時の目標を確認する。 2 配布した数枚の用紙の縦と横の長さの比を求める。 (1) 用紙の縦と横の長さを定規で測る。 (2) それぞれの用紙の「横÷縦」の比を電卓で求める。 (3) それぞれの比の値が一致することを確認する。 3 平均の値を求め発表する。 4 値のずれ(誤差)についての説明を聞く。 5 本時のまとめをする。 6 発表の準備をする。	ワークシート チェック 活動状況チェック	1 前時の復習と本時の目標を確認する。 2 配布した数枚の用紙の縦と横の長さのグラフの傾きを求める。 (1) 用紙の縦をx座標，横の長さをy座標として，模造紙に点をとる。 (2) 定規で，その点を通るグラフをかく。 (3) グラフの傾きを求める。 3 値のずれ(誤差)についての説明を聞く。 4 本時のまとめをする。 5 発表の準備をする。	ワークシート チェック 活動状況チェック
教師の指導・支援		教師の指導・支援	
<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 小数第4位を四捨五入するように指導する。</li> <li>・ 数値が揃うように，なるべく正確に測らせる。</li> <li>・ 誤差については，簡単な説明をして，意識させる。</li> <li>・ 配布する用紙，電卓，記録用紙を用意する。</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 直線から，はなれる点がある生徒には，再度，置かせて，確認させる。</li> <li>・ このコースでは，長い方を縦とした長方形で考える。</li> <li>・ 傾きの第3桁目を四捨五入するように指導する。</li> <li>・ 配布する用紙，定規，模造紙を用意する。</li> </ul>	

8 少人数指導上の留意点

身の回りの事象で，既習の数学で考えることができる題材は，生徒の興味・関心を高める上からも，効果が期待できる。この単元では，白銀比を2通りの方法で求めていくが，それぞれのコースの特徴をガイダンスすることが必要である。また各コースの生徒が他コースの生徒に学習の内容を発表する場面を大切にす。ここで，値を求めるのにいろいろな方法があることを実感させる。また，それぞれのワークシートの分析により，生徒のつまずきに対し，きめ細やかな指導を行う。3次では，各コースに発表をさせ，二次方程式を使わなければ，正確な値が表せないことを知らせる。これらを通して，二次方程式の有用性を知らせたい。また，この学習を通して，数学が不得意な生徒でも自分の選んだコースで白銀比の近似値を算出でき，その値を二次方程式で値を正確に求めることができることで，二次方程式に対する興味をもたせ，今後の学習への意欲につなげたい。